

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ЧРЕСКОСТНОГО ОСТЕОСИНТЕЗА  
КОРОТКИМИ СПИЦАМИ С НЕЗАМКНУТЫМИ НАРУЖНЫМИ ОПОРАМИ**

Кашанский Ю.Б., Кондратьев И.П., Кучеев И.О., Поликарпов А.В., Савкин Н.М.

СПб НИИ скорой помощи им. И. И. Джанелидзе, .192242, г. Санкт-Петербург, ул.

Будапештская, д.3 лит.А

e-mail: [dr.polikarpov@gmail.com](mailto:dr.polikarpov@gmail.com)

тел. +7(921)8714436

**Резюме.** В последние годы появляется все больше сторонников внедрения в медицине миниинвазивных способов лечения. Аналогичный тренд наблюдается и в современной травматологии. Кроме того, не последнее место в медицине играет и финансовая составляющая оказания лечебной помощи пострадавшим. В этой связи существенный интерес представляет применение для фиксации переломов различных систем и устройств, использующих короткие расходящиеся спицы, закрепленные в незамкнутых наружных опорах. Изучению этого вопроса в литературе уделено недостаточное внимание. Мы предприняли попытку восполнить этот пробел. В представленной работе приводится научная база для выполнения данного вида остеосинтеза. Представлено его математическое обоснование. Определены оптимальные углы, плоскости введения спиц. Показана зависимость прочности соединения кость-конструкция от их размеров и формы введения.

Цель работы являлось изучение прочностных характеристик и возможности клинического применения для остеосинтеза спицевых систем с незамкнутыми наружными опорами.

Изучению были подвергнуты два варианта конструкций: 1. Одиночное и параллельное расположение спиц (стержней). 2. Пучковое расположение спиц (стержней). Кроме того, было предпринято сравнение вариантов конструкций с позиции функциональных достоинств. Сопоставление производилось при одинаковых условиях работы в приложении к позиции механики деформируемого твердого тела. Для изучения наибольшей жесткости системы и наибольшей ее прочности осуществлялись ее математические расчеты по известным формулам для их определения.

Полученные данные позволили прийти к выводам о том, что одиночные и параллельные системы более податливы, чем пучковые. Угол в них между спицами не должен быть меньше  $6^\circ$ . При этом смещение узловой точки в системе даже из двух спиц с углом  $20^\circ$  почти в два раза меньше, чем у стержня диаметром 5 мм. Кроме того, с увеличением числа спиц и плоскостей образованных ими, прочность системы возрастает.

**Ключевые слова:** травматология, миниинвазивный остеосинтез, спицы Киршнера, математическое обоснование остеосинтеза.

## **MATHEMATICAL BACKGROUND OF TRANSOSSEUS OSTEOSYNTHESIS WITH SHORT WIRES WITH OPEN-ENDED EXTERIOR SUPPORTS**

KashanskyY.B., KondratievI.P., KucheevI.O., PolikarpovA.V., SavkinN.M.

SPB I. I. Dzhanelidze Research Institute of Emergence Medicine, 192242, Saint-Petersburg,  
Budapeshtskaya street. 3. Lit.A

e-mail: [dr.polikarpov@gmail.com](mailto:dr.polikarpov@gmail.com)

phone +7(921)8714436

**Summary.** In recent years, there are more and more followers of the implementation of minimally invasive treatment methods in medicine. A similar trend is observed in the modern traumatology. Besides that, the financial component of administering of first aid to the injured is not the least in medicine. In this respect, it is of material interest to apply various systems and devices for fixing fractures using short divergent wires fixed in the open-ended exterior supports. The study of this issue in the literature was given not the attention requisite. We have attempted to bridge this gap. The presented work provides the scientific basis for the implementation of this type of osteosynthesis. It is provided its mathematical background. The optimal angles and planes of introduction of the wires has been determined. It is shown the dependence of the bone - construction joint strength on their size and introduction form.

To study the strength characteristics and clinical usage potential for osteosynthesis of the wire systems with an open-ended exterior supports.

Two alternative constructions were brought under study: 1. Single and parallel arrangement of wires (rods). 2. The beam arrangement of wires (rods). In addition, a comparison was made of alternative constructions in terms of their functional advantages. The comparison was made under the same working conditions as applied to the position of the mechanics of a deformable solid. To study the maximum rigidity of the system and its maximum strength, mathematical calculations were carried out using well-known formulas for their determination.

The data obtained allowed us to conclude that single and parallel systems are more pliable than beam systems. The angle between them should not be less than  $6^\circ$ . In this case, the displacement of the nodal point in the system even from two spokes with an angle of  $20^\circ$  is almost two times less than that of a rod with a diameter of 5 mm. In addition, with an increase in the number of spokes and planes formed by them, the strength of the system increases.

**Search words:** traumatology, minimally invasive osteosynthesis, K-wires, mathematical background for osteosynthesis.

**Актуальность.** В последние годы все чаще как в медицинской практике, так и при остеосинтезе повреждений опорно-двигательного аппарата прослеживается тренд к применению миниинвазивных способов лечения. Среди них наиболее совершенными в отношении биомеханики и возможности выполнения лечебных задач являются многоцелевые аппараты с замкнутыми наружными опорами. Они позволяют осуществить репозицию и фиксацию костных отломков. Фундаментальным и получившим самое большое признание, как в нашей стране, так и за рубежом стал аппарат Илизарова. При этом методы лечения повреждений и заболеваний опорно-двигательного аппарата, предложенные в Курганском НИИЭКОТ, нашли большое число сторонников и позволили вылечить по всему миру огромное число пациентов. Однако, несмотря на существенные достоинства, чрескостный остеосинтез аппаратами подобного типа не всегда удовлетворяет потребностям лечения всех видов и локализации повреждений. Это относится к оказанию на первом этапе помощи пострадавшим с политравмой, находящимся в критическом состоянии, а также при лечении переломов костного каркаса груди, таза, позвоночника, многооскольчатых внутри- и околоуставных переломов длинных трубчатых костей. В такой ситуации нередко предпочтение приходится отдавать аппаратам с незамкнутыми или консольными наружными опорами. Они для соединения с костью используют как стержни, так и короткие, перекрещивающиеся в одной или нескольких плоскостях спицы.

Учитывая, что аппараты с незамкнутыми наружными опорами позволяют выполнить фиксацию перелома с минимальной инвазией, представило интерес изучить прочностные характеристики и возможности их клинического применения.

**Материалы и методы исследования.** Для определения оптимальных параметров связей элементов опор с отломками (при использовании аппаратов с консольными наружными опорами) нами был произведен сравнительный анализ конструкций, наиболее часто используемых в современной травматологии. Исследование выполнено совместно с кафедрой «Механика и прочность материалов и конструкций» Петербургского государственного университета путей сообщения императора Александра I.

Сравнению были подвергнуты два варианта конструктивного решения одного фиксационного узла (Рис.1. вариант 1-с одиночными и параллельными стержнями (спицами) и Рис.1. вариант 2 - с пучковыми). Сопоставление производилось при одинаковых условиях работы в приложении к позиции механики деформируемого твердого тела.

Для соединения и фиксации поврежденных костных структур при выборе конструкций, применяемых в травматологии, большое значение имеет их прочностные качества. В этой связи для оптимизации расположения стержней (спиц) с использованием их в системах с незамкнутыми наружными опорами мы прибегли к математическим расчетам. С целью сравнения конструкций были приняты следующие их характеристики: длина  $L = \text{const} = 4$  см, диаметр поперечного сечения спицы  $d = 1,8$  мм;  $d = 3$  мм (для спиц в пучке);  $d = 5$  мм (для одиночного стержня); сила воздействия  $P = \text{const} = 5$  кг; материал конструкции с упругими постоянными (сталь):  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $\nu = 0,3$ . При этом допускается, что стержни (спицы) в фиксационном узле и жестко закреплены с одной стороны.

Рациональным считается тот вариант конструкций, который обеспечивает наибольшую жесткость системы и наибольшую ее прочность при одной и той же, например, поперечной силе ( $P$ ). Были рассмотрены два варианта.

**Вариант 1.** Одиночные и параллельные спицы (Рис.1 а и б). В таблице 1 приводятся результаты характеристик одиночных спиц и стержня, но с разными поперечными сечениями. Из нее следует, что с возрастанием изгибной жесткости  $EI$  ( $E$  - модуль продольной упругости,  $2 \cdot 10^6$  кг/см<sup>2</sup>;  $I$  - момент инерции) уменьшается вертикальное ( $V$ ) перемещение, определяемое по формуле:  $V = PL^3/3EI$ .

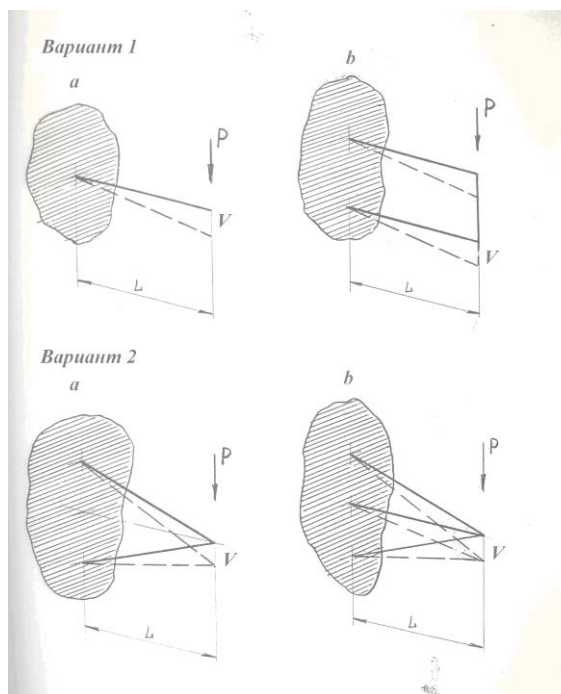


Рис. 1. Оценка показателей жесткости узлов фиксационной системы: вариант 1 – одиночные и параллельные спицы; вариант 2 – пучковые спицы

Величина горизонтального ( $\Delta l$ ) перемещения от действия продольной силы  $P$ , которая одновременно направлена и вдоль стержня, численно равна абсолютному удлинению,

определенному по формуле  $\Delta l = PL/EL$ . Эта величина также возрастает с увеличением диаметра поперечного сечения.

Т а б л и ц а 1.

**Зависимость прочностных характеристик от диаметра стержня (спицы)**

| Характеристика            | Диаметр, мм          |                      |                       |
|---------------------------|----------------------|----------------------|-----------------------|
|                           | 1.8                  | 3                    | 5                     |
| $F$ , см <sup>2</sup>     | $2.54 \cdot 10^{-2}$ | $7.06 \cdot 10^{-2}$ | $1.963 \cdot 10^{-1}$ |
| $I$ , см <sup>4</sup>     | $5.15 \cdot 10^{-5}$ | $3.97 \cdot 10^{-4}$ | $3.06 \cdot 10^{-3}$  |
| $EF$ , кг                 | $5.08 \cdot 10^4$    | $1.41 \cdot 10^5$    | $3.92 \cdot 10^5$     |
| $EI$ , кг·см <sup>2</sup> | $1.03 \cdot 10^2$    | $7.94 \cdot 10^2$    | $6.13 \cdot 10^3$     |
| $V$ , см                  | 1.035                | $1.34 \cdot 10^{-1}$ | $1.74 \cdot 10^{-2}$  |
| $\Delta l$ , см           | $3.93 \cdot 10^{-4}$ | $1.42 \cdot 10^{-4}$ | $5.09 \cdot 10^{-5}$  |

Рамная же система (Рис.1, вариант 1) приводит к совместной работе двух параллельных стержней (спиц), поэтому она оказывается более жесткой, чем два несвязанных стержня (спицы). Эта задача решается методом сил (принцип Кастильяно).

$$\Delta = \sum \int_l \frac{M \sum M_{\Delta}}{EI} d_s, M_{\sum} = M_p + \sum \bar{M}_{cx} \cdot X_i, \delta_{11} X_1 + \Delta_{1P} = 0,$$

$$\Delta_{1P} = \sum \int_b \frac{M_p \bar{M}_{idS}}{EI}, \delta_{11} = \sum \int_l \frac{\bar{M}^2 i}{EI} ds, X = -\frac{6PL^2}{a(a+6L)}.$$

Если  $a=0,8$  см;  $L=4$  см;  $P=5$  кг, то  $\Delta=0,129$  см. При разных  $a, L, P, EI$ :

$$\Delta = \frac{1}{EI} \cdot \frac{L}{\sigma} \left( 2 \cdot \frac{PL(a+3L)}{a+6L} \cdot L - \frac{3pL^2}{a+6L} \cdot L \right).$$

При  $d=1.8$  мм,  $EI=1.03 \cdot 10^2$  кг·см<sup>2</sup>;  $d=3$  мм,  $EI=7.94 \cdot 10^2$  кг·см<sup>2</sup>;  $d=5$  мм,  $EI=6.13 \cdot 10^3$  кг·см<sup>2</sup>.

Таким образом, с добавлением каждого стержня или спицы в связанную систему, а также с увеличением их диаметра, возрастает жесткость всей системы, то есть уменьшается ее податливость.

**Вариант 2.** Пучковое расположение стержней или спиц. Известно, что соединение их в треугольную фигуру приводит к наиболее жесткой, геометрически неизменяемой системе.

Двухстержневая (спицевая) система приведена на рис.1, вариант 2 а. Поскольку изгибные деформации при вычислениях в нашей задаче ничтожны, можно принять расчетную схему с шарнирным закреплением по концам стержней (спиц). Для определения перемещения (например, вертикального) можно применить вместо интегралов Мора формулы Максвелла, которые в данной задаче имеют вид:

$$\Delta_x = \frac{N_{P1} \bar{N}_{x1} l_1}{EF_1} + \frac{N_{P2} \bar{N}_{x2} l_2}{EF_2}, N_{x1} = -N_{2x} \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1};$$

$$N_{x2} = -\frac{1}{(ts \alpha_1 \cdot \cos \alpha_2 + \sin \alpha_2)}.$$

Результаты расчета представлены в таблице 2. и в виде графика зависимости перемещения узловой точки от величины угла  $\alpha_1 = \alpha_2$  (Рис.2).

Т а б л и ц а 2

**Зависимость вертикального перемещения узловой точки (в см)  
от угла между стержнями (в градусах)**

| Углы между стержнями |            | Перемещение узловой точки V |
|----------------------|------------|-----------------------------|
| $\alpha_1$           | $\alpha_2$ |                             |
| 2                    | 2          | 0.161                       |
| 3                    | 3          | 0.072                       |
| 5                    | 5          | 0.0261                      |
| 10                   | 10         | 0.0066                      |
| 15                   | 15         | 0.003                       |
| 20                   | 20         | 0.0018                      |
| 30                   | 30         | 0.0009                      |

Как видно из полученных данных, с увеличением угла между стержнями жесткость значительно возрастает, так как вертикальное перемещение  $\Delta V$  уменьшается.

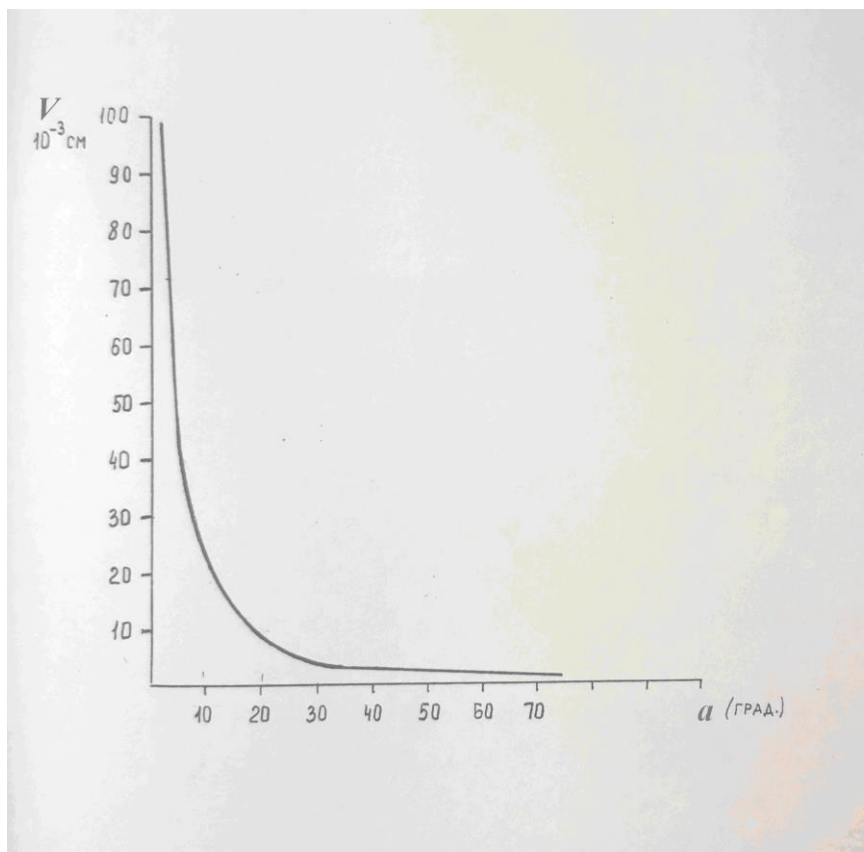


Рис. 2. Зависимость перемещения узловой точки пучковых стержней ( $V$ ) от угла между ними ( $\alpha$ )

Трехстержневая система (Рис.1, вариант 2 b). Если один из стержней (спиц), например, центральной, находится под углом  $90^\circ$  к плоскости действия сил, а они располагаются в одной плоскости, то задача статически неопределимая. Усилие в нем находим методом сил  $\delta_{11}X_1 + \Delta_{1P} = 0$ . Здесь выясняется, что, в случае, когда диаметр наклонных стержней (спиц) одинаков ( $d_1 = d_2$ ,  $EF_1 = EF_2$ ), то перпендикулярный стержень (спица) выключается из работы.

Перемещение  $\Delta V$  зависит только от деформации наклонных стержней. Причем «нулевой» стержень (спица) может иметь произвольную жесткость. Однако если жесткости наклонных стержней разные, то средний стержень включается в работу:

- 1) если  $EF_2 > EF_1$ , то  $N_2 > N_1$ ,  $N_3$  испытывает растяжение;
- 2) если  $EF_2 < EF_1$ , то  $N_2 < N_1$ ,  $N_3$  испытывает сжатие.

Из изложенного очевидно, что при увеличении числа стержней (спиц) больше двух, стержни (спицы), расположенные под углом  $90^\circ$  к плоскости действия силы  $P$  при одинаковой жесткости наклонных стержней являются «нулевыми». Однако с изменением «идеальных условий работы», которые отсутствуют в травматологической практике: различные отклонения силы от плоскости наклоненных стержней (спиц) - включаются в

работу все стержни, причем жесткость системы будет только возрастать. Это вытекает из известной в механике теоремы Менабреа: с увеличением связей в статически неопределимых системах потенциальная энергия деформации может только уменьшиться.

Таким образом, учет всех этих расчетных данных позволяет оптимизировать выполнение миниинвазивного остеосинтеза системой, использующей спицы, закрепленные в фиксаторах незамкнутых наружных опор. Одиночные и параллельно составленные стержневые (спицевые) системы более податливы, чем пучковые. Угол в пучковых системах не должен быть меньше  $6^\circ$  между щелями стержней (спиц), их образующих. Смещение узловой точки в пучковой системе из двух спиц с углом  $20^\circ$  (при длине 4 см и нагрузке 5 кг) почти в два раза меньше, чем у стержня диаметром 5 мм. С увеличением числа стержней (спиц) жесткость и прочность пучковой системы возрастает. Чем в большем числе плоскостей располагаются спицы в пучковой системе, тем больше жесткость соединения кости и устройства с незамкнутыми наружными опорами.

#### **Сравнение вариантов конструкций с позиции функциональных достоинств.**

Пучковый вариант конструкции за счет расположения стержней (спиц) под углом более благоприятен для создания противодействия сдвигающим силам. Он позволяет осуществить сближение или удаление опорных точек в местах, закрепления стержней (спиц) фиксационными элементами, например, специальными конструкциями, термопластическим материалом, гипсом и т.п. Это обусловлено тем, что геометрическая неизменяемость пучков стержней (спиц) обеспечена узловым жестким соединением между ними и фиксирующими элементами.

При действии силы  $P$  (рис. 3) возникает изгибная деформация (угол поворота в местах закрепления стержней (спиц) и прогиб. В области введения их в биологическую структуру появляются усилия  $R$ . Для уменьшения изгибной деформации целесообразно сократить пролет до  $l_0$

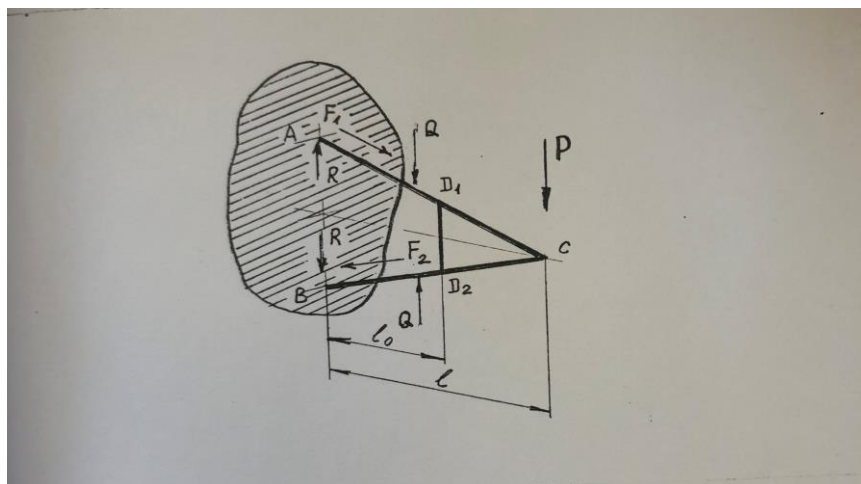


Рис. 3. Схема действия и усиления конструкции за счет установки распора (объяснения в тексте)

установкой, например, распора  $D_1D_2$  или расположением фиксационного элемента на этом уровне, что даже увеличит угол между стержнями (спицами). Аналогичный эффект по увеличению жесткости и прочности системы также возникает в случае увеличения числа стержней (спиц), введенных в различных плоскостях расходящимся пучком (рис.4).

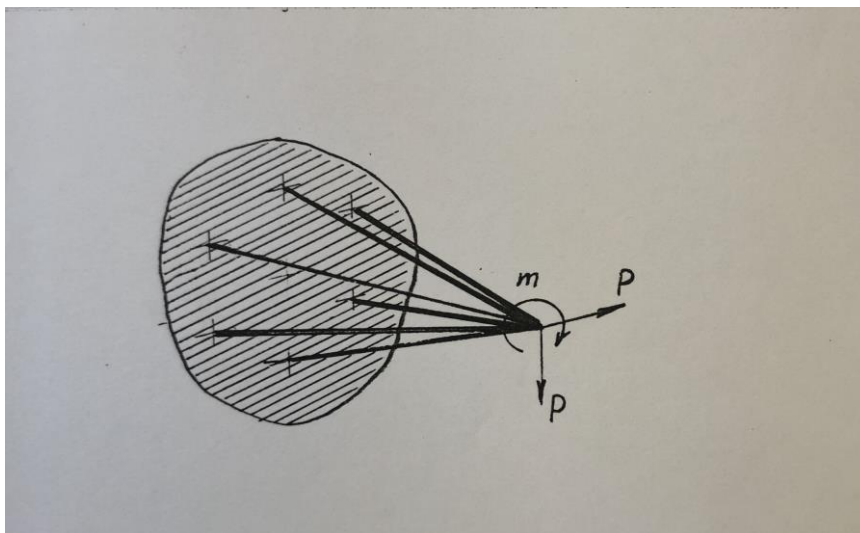


Рис. 4. Схема усиления конструкции за счет увеличения числа стержней, установленных в разных плоскостях (объяснения в тексте)

В медицинской практике для соединения кости с незамкнутыми или консольными наружными опорами аппаратов или других фиксирующих элементов наибольшее распространение нашли стержни-винты диаметром 5 мм. Однако их использование обеспечивает противодействие лишь односторонней ротационной нагрузке, сопровождается образованием значительного дефекта и развитием зоны резорбции в кости, а также частым воспалением окружающих мягких тканей. Применение же гладкого стержня (рис.5), введенного одним концом в костную ткань, практически не способно обеспечить противодействие внешнему крутящему моменту  $m$ . Это приводит к почти свободному (без сопротивления) угловому перемещению в костном «гнезде» закрепленного фиксационным элементом стержня относительно его

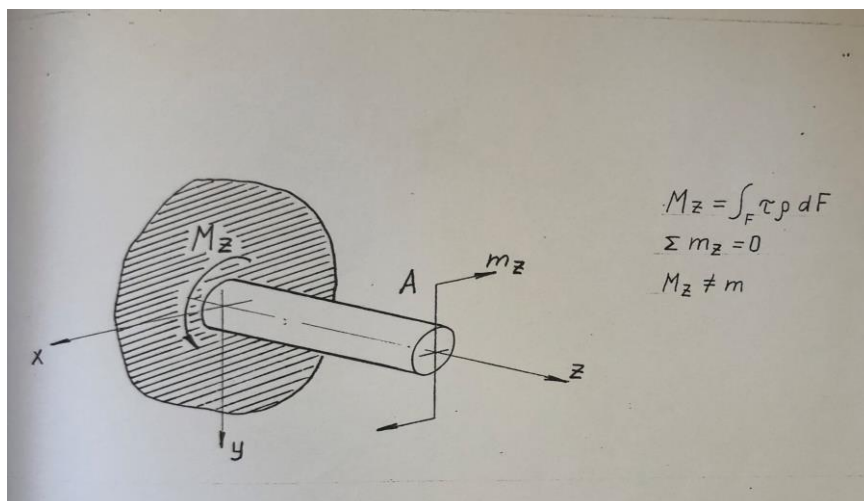


Рис. 5. Схема оценки величины крутящего момента стержня (объяснения в тексте)

оси. Другими словами, весь стержень без деформаций будет, как жесткое целое проворачиваться в кости относительно оси Z.

Пучковое соединение (рис.6) даже из двух спиц оказывает достаточное сопротивление действию внешнего крутящего момента  $m$ , приложенного

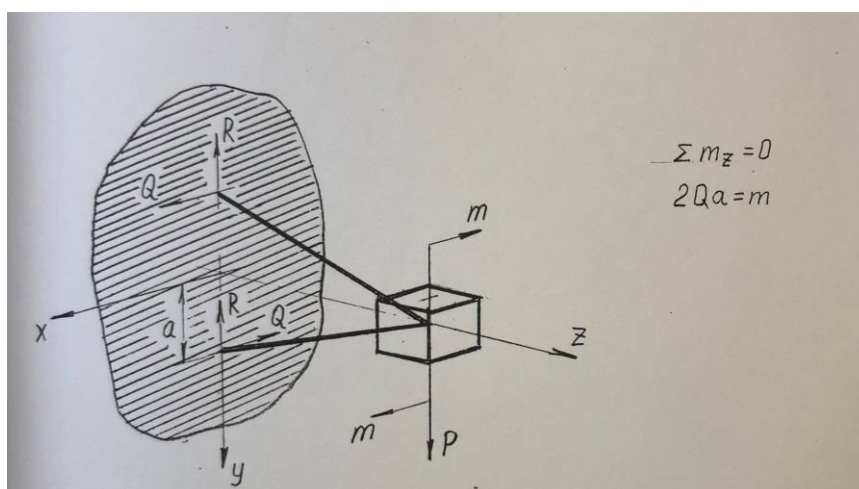


Рис. 6. Схема оценки величины крутящего момента пучка спиц (объяснения в тексте)

к фиксатору. Это объясняется тем, что основное сопротивление моменту  $m$  оказывает реактивный момент, составленный из сдвигающих сил  $Q$ . Таким образом, в гнездах, где спицы входят в кость, не возникает крутящего момента относительно их оси и, соответственно при кручении они не проскальзывают.

Кроме того, площадь контакта стержня диаметром 5 мм при введении его в кость (например, на глубину 40 мм) равна  $S = \pi d^2 h = 628 \text{ мм}^2$ , а спицы диаметром 1,8 мм – 226

мм<sup>2</sup>. Из этого следует, что применение даже трех таких стандартных спиц обеспечивает площадь контакта с костью в 1,1 раза больше. Очевидно, что чем тоньше спица, применяемая в пучковой системе, тем площадь контакта с костью также меньшая.

Кроме того, расходящиеся стержни (спицы), расположенные в одной плоскости, не обеспечивают достаточной жесткости соединения кости с наружными конструкциями аппарата при смещающих усилиях, действующих в других плоскостях.

**Результаты.** Полученные данные позволили прийти к следующим выводам:

1. Одиночные и параллельно составленные стержневые (спицевые) системы более податливы, чем пучковые.
2. Угол в пучковых системах не должен быть меньше 6° между щелями стержней (спиц), их образующих.
3. Смещение узловой точки в пучковой системе из двух спиц с углом 20° (при длине 4 см и нагрузке 5 кг) почти в два раза меньше, чем у стержня диаметром 5 мм.
4. С увеличением числа стержней (спиц) жесткость и прочность пучковой системы возрастает.
5. Чем в большем числе плоскостей располагаются спицы в пучковой системе, тем больше жесткость соединения кости с наружными опорами аппарата внешней фиксации.

Таким образом, проведенное исследование позволяет более дифференционно подходить к оказанию травматологической помощи пострадавшим с различными видами и локализации переломов опорно-двигательного аппарата. Оно обосновывает методику миниинвазивного чрескостного остеосинтеза и расширяет возможности его применения при использовании аппаратов с различными наружными опорами.

#### **Литература:**

1. Пономарев С.Д., Бидерман В.Л., Лихарев К.К., Федосьев В.И. Расчеты на прочность в машиностроении. – Т.1-3. – М.: Машгиз, 1956-1959. – 884 с.; 974 с.; 1118 с.
2. Глазер Р. Очерк основ биомеханики / Под редакцией С.А. Регирера. – М.: Мир, 1988. – 128 с.
3. Alffram P.A. Epidemiology of fractures of the forearm. A biomechanical investigation of bone strength / P.A.Alffram, G.C.Bauer // J. Bone Joint Surg. Amer. - 1962. - Vol. 44, suppl. A. - P. A105-A114.
4. Athar S.M. Is external fixation a better way than plaster to supplement K-wires in non-comminuted distal radius fractures? / S.M.Athar, N.Ashwood, G.Aerealis,

G.I.Bain // Postgrad. Med. J. - 2018. - N 94 (1107). - P. 20-24.

5. Obert L. Anatomy and biomechanics of distal radius fractures: A literature review / L.Obert, J.Uhring, P.B.Rey et al. // Chir Main. - 2012. - Vol. 31, N 6. - P. 287-297.
6. Handoll H.H. Different methods of external fixation for treating distal radial fractures in adults / H.H.Handoll, J.S.Huntley, R.Madhok // Cochrane Database Syst. Rev. - 2008. - N 1. - Art. CD006522.
7. Mah E.T. Percutaneous Kirschner wire stabilisation following closed reduction of Colles' fractures / E.T.Mah, R.N.Atkinson // J. Hand Surg. Br. - 1992. - Vol. 17, N 1. - P. 55-62.
8. Buchanan D. Which Are the Most Relevant Questions in the Assessment of Outcome after Distal Radial Fractures? / D.Buchanan, D.Prothero, J.Field // Adv. Orthop. - 2015. - Vol. 2015. - Art. ID 460589. - 6 p.
9. Htrnigou P. History of external fixation for treatment of fractures / P.Hernigou // Int.Orthop. - 2017. - Vol. 41, N 4. - P. 845-853.
10. Landgren M. Distal radius fractures: Outcome and new methods of surgical treatment: Doctoral dissertation. - Bergen, 2017. - 77 p.
11. Ma C. External fixation is more suitable for intra-articular fractures of the distal radius in elderly patients / C.Ma, Q.Deng, H.Pu et al. // Bone Res. - 2016. - Vol. 4. - Art. 16017.
12. Micic I. The role of additional k-wires on AO type C distal radius fracture treatment with external fixator in young population / I.Micic, E.Kholinne, Y.Sun et al. // Adv. Orthop. - 2019. - Vol. 2019. - Art. 8273018.
13. Sadighi A. Outcomes of Percutaneous pinning in treatment of distal radius fractures / A.Sadighi, M.Bazavar, A.Moradi, B.Eftekharsadat // Pakistan J. Biol.Sci. - 2010. - Vol. 13, N 14. - P. 706-710.
14. Saving J. External fixation versus volar locking plate for unstable dorsally displaced distal radius fractures-a 3-year follow-up of a randomized controlled study / J.Saving, A.Enocson, S.Ponzer et al. // J. Hand Surg. Am. - 2019. - Vol. 44, N 1. - P. 18-26.
15. Wang D. Locking plate versus external fixation for type C distal radius fractures: A meta-analysis of randomized controlled trials / D.Wang, L.Shan, J.L.Zhou // Chin. J. Traumatol. - 2018. - Vol. 21, N 2. - P. 113-117.